

"Численно-аналитический метод вычисления ВАХ для систем Джозефсоновских переходов. Периодические граничные условия."
Сердюкова С.И. (ЛИТ ОИЯИ), Шукринов Ю.М. (ЛТФ ОИЯИ)

Целью этой работы является ускорение вычисления напряжений $V_l(I)$, $l = 1, \dots, n$ в каждой точке ВАХ (для каждого значения тока I). В случае непериодических граничных условий решение системы n нелинейных дифференциальных уравнений удалось свести к решению одного уравнения. В случае периодических граничных условий число уравнений удается уменьшить в два раза. Исследованы свойства симметрии фундаментальной матрицы. Полученные результаты позволили построить асимптотику при больших t решения рассматриваемой системы $[(n + 1)/2]$ нелинейных дифференциальных уравнений. Асимптотические формулы вычисляются для каждого значения тока I с использованием системы REDUCE 3.8. Результаты, полученные с использованием асимптотических формул хорошо согласуются с численными результатами вплоть до критической точки, где численное решение быстро спадает к нулю. Численное решение было получено по схеме Рунге-Кутты четвертого порядка точности. В случае непериодических граничных условий положение критической точки определялось по быстрому возрастанию вторых производных решения единственного уравнения. При решении системы не видно простого пути определения точного положения критической точки. Разработан следующий смешанный алгоритм, который уточняет приближенно заданное расположение критической точки. Предлагается считать по асимптотическим формулам, не доходя на конечное расстояние до критической точки. Далее система решается численно. Метод опробован на расчёте петли гистерезиса для системы 19 джозефсоновских переходов. Получено хорошее согласование численных результатов с результатами, полученными с использованием предлагаемого смешанного численно-аналитического метода. При этом время счета сократилось в 5 с лишним раз.

"Numerical and Analytical Method of Calculating IVC for Josephson Junction Stack. Periodic Boundary Conditions."

S.I.Serdyukova (JINR, LIT), Yu.M.Shukrinov (JINR, BLTP).

The aim of this work is to accelerate calculation of Voltages $V_l(I)$ in each point of IVC (for each value of current I). In the case of non-periodic boundary conditions, we reduced solution of the n equations system to solving a unique equation. In the case of periodic boundary conditions we succeeded in reducing the number of the equations by half as well. We studied the symmetry properties of the fundamental matrix. The obtained results provide a way for developing asymptotic formulas at big t for the solution of the system of $[(n+1)/2]$ nonlinear differential equations under consideration. The asymptotic formulas are calculated for each value of current I by using the REDUCE 3.8 system. The results of calculations performed by using the asymptotic formulas are in a good agreement with numerical results up to the break point where the numerical solution decreases to zero rapidly. Numerical results are obtained by using the fourth order Runge-Kutta scheme. In the case of non-periodic boundary conditions the exact location of the break point is determined by a rapid increasing of the second order differences. In the case of periodic boundary conditions there is no simple way for determining the exact location of the break point. Instead we developed a mixed numerical and analytical algorithm calculating the exact location of the break point from an approximately given location. We suggest to perform the calculation by using asymptotic formulas, not nearing some finite distance to the break point. Then the system is solved numerically. This method was tested in the calculation of a hysteresis loop for the stack of 19 Josephson junctions. The numerical result and the result obtained by using the developed mixed method are in a good agreement. And the calculation time decreased more than 5 times.