On computation of integrals for systems of ordinary differential equations

M.D. Malykh (RUDN, Moscow)
E-mail address: `malykhmd@yandex.ru`

Existing theories on resolvability of nonlinear differential equations systems in a finite terms are generalization of Galois theory and for this reason the list of elementary operations is subject of the contract. However for the differential equations we can construct the theory without fixing of this list. We consider an arbitrary system of ordinary differential equations

$$g_1(x_1, \dots, \dot{x}_1) = 0, \dots,$$

here $g_1, \dots$ are polynomials from $x_1, \dot{x}_1 \dots$, which coefficients lie in a field k of functions of a variable t, for example in $k = \mathbb{C}(t)$. This system has solutions in an algebraically closed field K, for example in the field of Puiseux series. We will assume that ideal $\mathfrak{p} = (f_1, \dots)$ of ring $K[x_1, \dots]$ is simple and that there is a differentiation D of the ring the rational functions on affine variety $V(\mathfrak{p}/K)$, which kernel is a field of integrals of the system. Coefficients of integrals generate a field over k. We will designate its transcendence degree as r and prove that there are r-parametrical group of automorphisms for the field of integrals. This theorem will be used for calculation of integrals of these equations.

О вычислении интегралов систем обыкновенных дифференциальных уравнений

М.Д. Малых (РУДН, Москва)
E-mail address: `malykhmd@yandex.ru`

Существующие теории разрешимости систем нелинейных дифференциальных уравнений в конечном виде представляют собой обобщения теории Галуа и по этой причине список элементарных операций в этих теория считается предметом договора. Однако для дифференциальных уравнений можно построить теорию и без фиксации этого списка. Рассмотрим произвольную систему

$$g_1(x_1, \dots, \dot{x}_1, \dots) = 0, \dots,$$

где $g_1, \dots$ — многочлены от $x_1, \dot{x}_1 \dots$, коэффициенты которых лежат в поле k функций переменной t, напр., $k = \mathbb{C}(t)$. Эта система имеет решения в алгебраически замкнутом поле K, напр., в поле рядов Пюизё. Будем предполагать, что идеал $\mathfrak{p} = (f_1, \dots)$ кольца $K[x_1, \dots]$ прост и что существует дифференцирование D кольца рациональных функций на многообразии $V(\mathfrak{p}/K)$, ядром которого является поле интегралов системы. Обозначим его степень трансцендентности как r и докажем, что существует r-параметрическая группа автоморфизмов поля интегралов. Эта теорема будет использована для вычисления интегралов системы дифференциальных уравнений.