Generalized separants

M.A. Limonov (MSU, Moscow)
E-mail address: `matemaks@ya.ru`

Let $f \in \mathcal{K}\{y\}, \operatorname{ord} f = l$ be a differential polynomial satisfying the following condition $[f, \frac{\partial f}{\partial y_0}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial y_l}] = (1)$ and let $I = [f] \triangleleft \mathcal{K}\{y\}$ be a differential ideal, where $\mathcal{K}$ is a Ritt algebra and a field of constants with the power equal to the continuum.

Our goal is to algorithmically determine if there exists a solution of a system $h_1 = \ldots = h_t = f = \ldots = f^{(n)} = \ldots = 0$ for any polynomials $\{h_1, h_2, \ldots, h_t\} \subset \mathcal{K}\{y\}$. The existence of this solution is equivalent to $[f] + (h_1, h_2, \ldots, h_t) \neq (1)$. The algorithm is based on a representation $f^{(n)} = \sum\limits_{i=0}^{k} S_{f,n,i}\, y_{n+l-i} + Q$ where $\operatorname{ord} Q < n + l - k$ and $S_{f,n,k} = \sum\limits_{j=0}^{l} C_n^{k-l+j} \left(\frac{\partial f}{\partial y_j}\right)^{(k-l+j)}$.In other words, $f^{(n)}$ is linear in higher variables. And the polynomial $S_{f,n,k}$ is a *generalized separant* of f

Обобщённые сепаранты

М.А. Лимонов (МГУ, Москва)
E-mail address: `matemaks@ya.ru`

Пусть $f \in \mathcal{K}\{y\}, \operatorname{ord} f = l$ дифференциальный многочлен, удовлетворяющий следующему условию$[f, \frac{\partial f}{\partial y_0}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial y_l}] = (1)$ и $I = [f] \triangleleft \mathcal{K}\{y\}$ дифференциальный идеал, порождённый $[f]$, где $\mathcal{K}$ является алгеброй Ритта и полем констант континульной мощности.

Наша цель алгоритмически определить существование решения следующей системы $h_1 = \ldots = h_t = f = \ldots = f^{(n)} = \ldots = 0$, где $\{h_1, h_2, \ldots, h_t\} \subset \mathcal{K}\{y\}$ произвольные многочлены. Существование решения этой системы равносильно тому, что следующий идеал нетривиален $[f] + (h_1, h_2, \ldots, h_t) \neq (1)$. Алгоритм основывается на представлении производной $f^{(n)}$ в следующем виде: $f^{(n)} = \sum\limits_{i=0}^{k} S_{f,n,i}\, y_{n+l-i} + Q$, где $\operatorname{ord} Q < n + l - k$ и $S_{f,n,k} = \sum\limits_{j=0}^{l} C_n^{k-l+j} \left(\frac{\partial f}{\partial y_j}\right)^{(k-l+j)}$.Это означает, что $f^{(n)}$ всегда линеен по старшим переменным. Многочлен $S_{f,n,k}$ называется *обобщённой сепарантой* f.