On the Differential and Full Algebraic Complexities of Operator Matrices Transformations

S.A. Abramov (Dorodnitsyn Computing Centre, Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences)
E-mail address: sergeyabramov@mail.ru

We consider $n \times n$-matrices whose entries are scalar ordinary differential operators of order $\leq d$ over a constructive differential field K. We show that to choose an algorithm to solve a problem related to such matrices it is reasonable to take into account the complexity measured as the number not only of arithmetic operations in K in the worst case but of all operations including differentiation. The algorithms that have the same complexity in terms of the number of arithmetic operations can though differ in the context of the full algebraic complexity that includes the necessary differentiations. Following this, we give a complexity analysis, first, of finding a superset of the set of singular points for solutions of a system of linear ordinary differential equations, and, second, of the unimodularity testing for an operator matrix and of constructing the inverse matrix if it exists.

О дифференциальной и алгебраической сложности преобразований операторных матриц

С.А. Абрамов (Вычислительный центр им. А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН)
E-mail address: sergeyabramov@mail.ru

Рассматриваются $n \times n$-матрицы, элементы которых являются скалярными дифференциальными операторами порядка $\leq d$ над конструктивным дифференциальном полем K. Показывается, что для выбора алгоритма решения задачи, связанной с такими матрицами, имеет смысл принимать во внимание сложность как число не только арифметических операций в K в худшем случае, но и всех операций, включая дифференцирование: алгоритмы, которые имеют одинаковую сложность по арифметическим операциям, могут при этом различаться по сложности по совокупности операций, включающей дифференцирование. Исходя из этого, дается сложностной анализ, во-первых, нахождения некоторого надмножества множества особых точек системы линейных дифференциальных уравнений и, во-вторых, проверки унимодулярности (обратимости) операторной матрицы и построения обратной матрицы в случае ее существования.