

Computer algebra aided discretization of quasilinear evolution equations

Yu.A. Blinkov (SSU, Saratov)

V.P. Gerdt (JINR, Dubna)

K.B. Marinov (University “Dubna”, Dubna)

E-mail: blinkovua@info.sgu.ru, gerdt@jinr.ru, marinov.kohctahtih@gmail.com

An algorithmic approach is considered to construct, on the Cartesian grids, finite difference approximations to quasilinear evolution equations in dimension $(1 + 1)$ of the form $u_t + u_n + F(u, u_1, \dots, u_{n-1}) = 0$, where $u_i = \partial_x^i u$ ($i = 1, \dots, n$) and F is a differential polynomial over the field $\mathbb{Q}(a_1, \dots, a_m)$ of constants (parameters). The approach is based on the finite volume method in which the control volumes are rectangular boxes whose vertices are situated at grid points and the sides are parallel to the coordinate axes. In doing so, a finite difference approximation is obtained by combining of the numerical integration methods and the difference elimination of the spacial derivatives by construction of a Gröbner basis for the elimination ranking. The Gröbner basis is constructed by means of the Maple package *LDA* implementing the involutive algorithm. This approach is illustrated by the example of classical equation of the third order, the Kortevég-de Vries equation. The finite difference approximation generated for this example is applied to numerical solving of the initial value problem for solution of two-soliton type.

Дискретизация квазилинейных эволюционных уравнений с использованием компьютерной алгебры

Ю.А. Блинков (СГУ, Саратов)

В.П. Гердт (ОИЯИ, Дубна)

К.Б. Маринов (Университет “Дубна”, Дубна)

E-mail: blinkovua@info.sgu.ru, gerdt@jinr.ru, marinov.kohctahtih@gmail.com

Рассматривается алгоритмический подход к построению, на декартовых сетках, конечно-разностных аппроксимаций квазилинейных эволюционных уравнений в размерности $1 + 1$ вида $u_t + u_n + F(u, u_1, \dots, u_{n-1}) = 0$, где $u_i = \partial_x^i u$ ($i = 1, \dots, n$) и F -дифференциальный многочлен над полем $\mathbb{Q}(a_1, \dots, a_m)$ констант (параметров). Рассматриваемый подход основан на использовании метода конечных объемов, в котором в качестве контрольных объемов выбираются прямоугольники с вершинами в узлах сетки и сторонами параллельными координатным линиям. При этом конечно-разностная аппроксимация строится комбинацией методов численного интегрирования и разностного исключения пространственных производных построением базиса Грэбнера при исключающем ранжире (упорядочении) производных с помощью пакета *LDA*, написанного на языке Maple и реализующего инволютивный алгоритм. Данный подход иллюстрируется примером классического уравнения третьего порядка по x - уравнения Кортевега-де Фриза. Полученная для этого уравнения разностная аппроксимация (схема) применяется для численного построения решения начальной задачи двухсолитонного типа.