

Редукция и вычисление размерности пространства решений линейной разностной системы

С.А. Абрамов (ВЦ им. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, Москва)

E-mail address: sergeyabramov@mail.ru

Рассматриваются матрицы разностных операторов $L \in \text{Mat}_n(K[\sigma])$, где K — разностное поле характеристики 0 с автоморфизмом (сдвигом) σ . Обсуждаются два алгоритма вычисления размерности пространства таких решений системы уравнений $Ly = 0$, компоненты которых принадлежат некоторому адекватному разностному расширению поля K . Точнее говоря, алгоритмы выполняют указанные вычисления в том случае, когда L имеет полный ранг, т.е. строки r_1, \dots, r_n матрицы L линейно независимы над $K[\sigma]$: из $f_1 r_1 + \dots + f_n r_n = 0$, $f_1, \dots, f_n \in K[\sigma]$ следует, что $f_1 = \dots = f_n = 0$. Результатом работы каждого из алгоритмов является либо значение размерности пространства решений системы $Ly = 0$, либо сообщение о том, что строки матрицы L линейно зависимы над $K[\sigma]$. Значение размерности — целое число, принадлежащее отрезку $[0, nd]$, где n — число строк (и столбцов) матрицы L , d — разность между наибольшим верхним и наименьшим нижним порядками всех скалярных операторов, являющихся элементами L .

Эти два алгоритма основаны соответственно на алгоритме EG-исключений и алгоритме Row-Reduction. Исследуется сложность каждого из предлагаемых алгоритмов вычисления размерности. Сложность понимается как общее число арифметических операций и сдвигов в худшем случае. Показано, что алгоритм, основанный на EG-исключениях, обладает меньшей сложностью, и эта сложность допускает оценку $O(n^3 d^2)$ при $n, d \rightarrow \infty$.