

Randomized Schutzenberger transformation and uniformly random generator of Young tableaux

N.N. Vassiliev (PDMI, Saint-Petersburg)

V.S. Duzhin (ETU, Saint-Petersburg)

E-mail address: vasiliev@pdmi.ras.ru, vduzhin.science@gmail.com

We propose a randomized variant of the standard Schutzenberger transformation on two- and three-dimensional Young tableaux. Such a transformation represents a superposition of the Schutzenberger transformation and the random modification of the initial part of an original tableau. The results of numerical experiments show that the randomized Schutzenberger transformation gives the close to uniform probability distribution on a set of all Young tableaux of the same shape.

An algorithm which produces uniformly distributed random Young tableaux would allow us to calculate the ratios of dimensions of pairs of three-dimensional Young diagrams of sizes n and $n + 1$ which differ in a single box, i. e. pairs of diagrams connected with an edge in the Young graph. The co-transition probabilities of a central process on the three-dimensional Young graph can be calculated using these ratios. The randomized Schutzenberger transformation allows us to find these co-transition probabilities without calculating the exact dimensions of diagrams. That is especially useful because there are no known three-dimensional analog of the 2D hook length formula.

Рандомизированное преобразование Шютценберже и генерация случайных таблиц Юнга с равномерным распределением

Н.Н. Васильев (ПОМИ, Санкт-Петербург)

В.С. Дужин (СПбГЭТУ, Санкт-Петербург)

E-mail address: vasiliev@pdmi.ras.ru, vduzhin.science@gmail.com

Мы предлагаем рандомизированный вариант классического преобразования Шютценберже на двумерных и трехмерных таблицах Юнга. Такое преобразование является суперпозицией преобразования Шютценберже и случайного изменения начального отрезка исходной таблицы. Результаты численных экспериментов показывают, что рандомизированное преобразование Шютценберже дает распределение вероятностей, близкое к равномерному, на множестве всех таблиц Юнга одинаковой формы.

Алгоритм получения случайных таблиц Юнга с равномерным распределением позволил бы вычислять отношения размерностей пар трехмерных диаграмм Юнга размеров n и $n + 1$, отличающихся на одну клетку, т.е. пар диаграмм, соединенных ребрами на графе Юнга. Копереходные вероятности центрального процесса на трехмерном графе Юнга могут быть вычислены с помощью данных отношений размерностей. Рандомизированное преобразование Шютценберже позволяет вычислять данные копереходные вероятности, не вычисляя точные размерности диаграмм. Это представляет особый интерес ввиду отсутствия трехмерного аналога двумерной формулы крюков для вычисления размерностей диаграмм.