

Local and Global ODEs Properties

V.F. Edneral (MSU, PFUR, Moscow)

V.G. Romanovski (University of Maribor, Slovenia)

E-mail address: edneral@theory.sinp.msu.ru, edneral_vf@pfur.ru,
valery.romanovsky@uni-mb.si

We consider autonomous planar systems of ordinary differential equations with a polynomial nonlinearity. These systems are resolved with respect to derivatives and can contain free parameters. To study local integrability of the system near each stationary points, we use an approach based on Power Geometry[1] and on the computation of the resonant normal form[2, 3]. For the pair of concrete planar systems[4] and[5], we found the complete set of necessary conditions on parameters of the system for which the system is locally integrable near each stationary points. The main idea of this report is in the hypothesis that if for the fixed set of parameters, such that at all stationary points of the system this system is locally integrable then this system has the global first integral of motion. So from some finite set of local properties, we can obtain a global property. But if the system has some invariant lines or separatists, this first integral can exist only in the part of the phase space, where the local integrable points take place.

Локальные и глобальные свойства ОДУ

В.Ф. Еднерал (МГУ, РУДН, Москва)

В.Г. Романовский (Университет Марибора, Словения)

E-mail address: edneral@theory.sinp.msu.ru, edneral_vf@pfur.ru,
valery.romanovsky@uni-mb.si

Рассматриваются автономные двумерные системы обыкновенных дифференциальных уравнений с полиномиальной нелинейностью. Системы предполагаются разрешенными относительно производных и могут содержать свободные параметры. Для изучения локальной интегрируемости системы вблизи каждой неподвижной точки мы используем подход, основанный на Степенной геометрии[1] и на вычислении резонансной нормальной формы[2, 3]. Для пары конкретных двумерных систем [4] и [5] мы нашли полный набор необходимых условий на параметры системы, при которых система локально интегрируема вблизи каждой неподвижной точки. Основная идея этого доклада заключается в выдвижении гипотезы, согласно которой если среди наборов параметров существуют такие, что все неподвижные точки системы локально интегрируемы, то такая система имеет глобальный первый интеграл движения. Таким образом, из некоторого конечного набора локальных свойств мы можем получить глобальное свойство. Однако, если система имеет некоторые инвариантные линии или сепаратисты, этот первый интеграл существует лишь в той области фазового пространства, где лежат те неподвижные точки, в которых система локально интегрируема.

References

- [1] A.D. Bruno. *Power Geometry in Algebraic and Differential Equations*, Fizmatlit, Moscow, 1998 (Russian) = Elsevier Science, Amsterdam, 2000 (English).
- [2] A.D. Bruno, *Local Methods in Nonlinear Differential Equations*, Nauka, Moscow, 1979 (Russian) = Springer-Verlag, Berlin, 1989 (English).

- [3] V.F. Edneral, *On algorithm of the normal form building*, in: Ganzha et al. (Eds.) Proceedings of the CASC 2007, Springer-Verlag series: LNCS 4770 (2007) 134–142.
- [4] A. Algaba, E. Gamero, C. Garcia, The integrability problem for a class of planar systems, *Nonlinearity* v. 22 (2009) 395–420
- [5] V.A. Lunkevich, K.S. Sibirskii, *Integrals of General Differential System at the Case of Center. Differential Equation*, v. 18, No 5 (1982) 786–792 (Russian).