

On computer algebra aided discretization of the boundary conditions for difference schemes

V.P. Gerdt (LIT JINR, Dubna)
Yu.A. Blinkov (SSU, Saratov)
I.A. Pankratov (SSU, Saratov)

E-mail address: gerdt@jinr.ru, BlinkovUA@info.sgu.ru, PankratovIA@info.sgu.ru

An algorithmic approach is suggested to discretize boundary conditions of the 1st, 2nd and 3rd type for difference schemes. Even so, the boundaries may not pass through a node of a solution grid. The suggested approach is applicable to the schemes of high order, as a rule, having strongly non-compact stencils, and based on the use of additional relations for grid functions. In doing so, the order of discrete boundary conditions must be not less than order of the difference scheme under consideration. As an example of application of the suggested approach, for a scheme with five-point stencil along the x -axis and for a 2nd order boundary condition the following relations were obtained for the left boundary:

$$\begin{aligned}\frac{df(x_i)}{dx} &= \frac{-5f(x_i) + 9f(x_{i+2}) - 4f(x_{i+3})}{6h} + \mathcal{O}(h^2), \\ \frac{df(x_i)}{dx} &= \frac{-5f(x_{i+1}) + 8f(x_{i+2}) - 3f(x_{i+3})}{2h} + \mathcal{O}(h^2).\end{aligned}$$

The results to be presented in the talk were obtained with help of the libraries **SymPy** and **SciPy** implementing symbolic algebraic computations.

О дискретизации граничных условий для разностных схем с использованием компьютерной алгебры

В.П. Гердт (ОИЯИ, Дубна)
Ю.А. Блинков (СГУ, Саратов)
И.А. Панкратов (СГУ, Саратов)

E-mail address: gerdt@jinr.ru, BlinkovUA@info.sgu.ru, PankratovIA@info.sgu.ru

Предлагается алгоритмический подход к заданию граничных условий 1, 2 и 3 рода для разностных схем. При этом граница не обязана проходить через узел заданной сетки. Данный метод применим и к разностным схемам высокого порядка, имеющим, как правило, сильно разнесенные шаблоны и основан на использовании дополнительных соотношений для сеточных функций. При этом необходимо, чтобы условия на границах имели порядок аппроксимации не меньший, чем у рассматриваемой разностной схемы. В качестве примера применения предлагаемого подхода, для схемы имеющей 5-точечный шаблон по оси x и для граничного условия 2-го рода, были использованы следующие соотношения для левой границы:

$$\begin{aligned}\frac{df(x_i)}{dx} &= \frac{-5f(x_i) + 9f(x_{i+2}) - 4f(x_{i+3})}{6h} + \mathcal{O}(h^2), \\ \frac{df(x_i)}{dx} &= \frac{-5f(x_{i+1}) + 8f(x_{i+2}) - 3f(x_{i+3})}{2h} + \mathcal{O}(h^2).\end{aligned}$$

Приведенные в докладе результаты получены с помощью библиотек символьных алгебраических вычислений **SymPy** и **SciPy**.