

1. On polynomial solutions of linear partial differential or difference equations

Sergei A. Abramov (Computing Center of the RAS, Moscow, Russia),
Marko Petkovšek (University of Ljubljana, Slovenia)

E-mail address: sergeyabramov@mail.ru, Marko.Petkovsek@fmf.uni-lj.si

The question whether a given linear partial differential or difference equation with polynomial coefficients has non-zero polynomial solutions is – in general – undecidable. However, a differential or difference equation $L(y) = 0$, $y = y(x_1, \dots, x_m)$, $m > 1$, with constant coefficients has a non-zero polynomial solution if and only if its constant term is zero, and this is true if and only if it has polynomial solutions of all degrees.

О полиномиальных решениях линейных уравнений с частными производными и разностями

С. А. Абрамов (ВЦ РАН, Москва),
М. Петковшек (Университет Любляны, Словения)

E-mail address: sergeyabramov@mail.ru, Marko.Petkovsek@fmf.uni-lj.si

Вопрос о том, имеет ли данное линейное уравнение с частными производными или разностями с полиномиальными коэффициентами ненулевое полиномиальное решение, в общем случае неразрешим алгоритмически. Но дифференциальное или разностное уравнение $L(y) = 0$, $y = y(x_1, \dots, x_m)$, $m > 1$, с постоянными коэффициентами имеет ненулевое полиномиальное решение если и только если его коэффициент при y равен нулю, причем в последнем случае уравнение имеет полиномиальное решение любой степени.

2. Highly efficient arithmetic of elliptic curves

S. Adlaj (CC RAS, Moscow)

E-mail address: semjonadlaj@gmail.com

Contemporary intensive research on elliptic curves has been a natural continuation of the research on elliptic functions. An attainment of highly efficient algorithms for dividing points, on an elliptic curve, gives rise to highly efficient and highly precise computations of (incomplete) elliptic integrals, abundantly arising (in particular) among solutions to fundamental problems of theoretical mechanics. Here, we shall indicate an approach which has enabled fast and exact computations for these problems, occasionally, upon instances when traditional computing methods fail to deliver a desired precision at any reasonable time.

Высокоэффективная арифметика эллиптических кривых

С. Ф. Адлай (ВЦ РАН, Москва)

E-mail address: semjonadlaj@gmail.com

Современное интенсивное исследование эллиптических кривых явилось естественным продолжением исследований эллиптических функций. Высокоэффективные алгоритмы деления точек эллиптической кривой позволяют высокоэффективно и высокоточно вычислять (неполные) эллиптические интегралы, в изобилии возникающие (в частности) среди решений основополагающих задач теоретической механики. В данной работе будет указан подход, позволивший получить новые алгоритмы быстрых и точных вычислений для таких основополагающих задач, порой тогда, когда традиционные методы вычисления не позволяют добиваться желанной точности за какое-либо разумное время.

3. Mathematical and Computer Modeling of Non-linear Deformation Waves in the Cover with Viscous Liquid Inside

Yu.A. Blinkov (SSU, Saratov)

S.V. Ivanov (SSU, Saratov), L.I. Mogilevich (VB MSURT, Saratov)

E-mail address: blinkovua@info.sgu.ru, evilgraywolf@gmail.com, mogilevich@sgu.ru

The present investigation, using methods of computer algebra, is devoted to the analyses of non-linear deformation waves propagation in physically non-linear elastic cylinder shell, containing viscous incompressible liquid. Wave process in elastic cylinder shell without dealing with liquid were earlier investigated from the point of view of solution theory. The presence of liquid demanded working out a new mathematical model and computer modeling of the processes, taking place in the system.

Математическое и компьютерное моделирование нелинейных волн деформаций в оболочке, содержащей вязкую жидкость

Ю.А. Блинков (СГУ, Саратов)

С.В. Иванов (СГУ, Саратов), Л.И. Могилевич (ПФ МГУПС, Саратов)

E-mail address: blinkovua@info.sgu.ru, evilgraywolf@gmail.com, mogilevich@sgu.ru

Настоящее исследование, с использованием средств компьютерной алгебры, посвящено анализу распространения нелинейных волн деформаций в физически нелинейной упругой цилиндрической оболочке, содержащей вязкую несжимаемую жидкость. Волновые процессы в упругой цилиндрической оболочке без взаимодействия с жидкостью ранее исследованы с позиций теории солитонов. Наличие жидкости потребовало разработки новой математической модели и компьютерного моделирования процессов, происходящих в рассматриваемой системе.

4. Algorithms of the symbolic-numerical calculations the Green function for ordinary differential equations II and III order

I.N. Belyaeva (National Research University "Belgorod State University")

V.E. Bogachev (National Research University "Belgorod State University")

N.A. Chekanov (National Research University "Belgorod State University")

E-mail address: Ibelyaeva@bsu.edu.ru, jancoov@gmail.com, chekanov@bsu.edu.ru

In report the algorithms for symbolic-numerical construction of the Green function, in general, as generalized power series for ordinary differential equation of the second and the third order with the first type boundary conditions are presented. On the base of the developed algorithms the Maple programs of symbolic-numerical calculations the Green function are created and some examples of calculation the Green function are presented.

Алгоритмы символьно-численных вычислений функции Грина обыкновенных дифференциальных уравнений II и III порядков

И.Н. Беляева (Белгородский государственный национально исследовательский университет)

В.Е. Богачев (Белгородский государственный национально исследовательский университет)

Н.А. Чеканов (Белгородский государственный национально исследовательский университет)

E-mail address: Ibelyaeva@bsu.edu.ru, jancoov@gmail.com, chekanov@bsu.edu.ru

В докладе представлены алгоритмы для символьно-численного построения функции Грина, в общем, в виде обобщенных степенных рядов для обыкновенных дифференциальных уравнений второго и третьего порядков с краевыми условиями первого рода. На основе разработанных алгоритмов составлены программы в среде Maple символьно-численного построения функций Грина и приведены примеры вычисления функций Грина для некоторых конкретных краевых задач.

5. Normal Forms of the Euler-Poisson Equations

**A.D. Bruno (Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS, Moscow),
V.F. Edneral (Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,**

Lomonosov Moscow State University, Moscow)

E-mail address: edneral@theory.sinp.msu.ru

In the paper [Bruno A.D.: Theory of Normal Forms of the Euler–Poisson Equations. Preprint No. 100, M., Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS, 27 p. (2005). In Russian. <http://dl.dropbox.com/u/59058738/Preprint100.pdf>] the special case of the Euler-Poisson equations describing motion of a heavy rigid body with a fixed point is considered. Near stationary points of the system two of one-parameter families were chosen. These families are corresponded to the resonance $(0, 0, \lambda, -\lambda, 2\lambda, -2\lambda)$ of eigenvalues of the matrix of a linear part of the system. Also in the cited above paper it was suggested a hypothesis about absence of the additional first integral near these families, except of classical cases of global integrability. In this report that supposition is checked using calculations of coefficients of the normal form. All calculations were produced by the package described in [Edneral, V.F.: On Algorithm of the Normal Form Building. Proceedings of CASC 2007, ed. by Ganzha et al., LNCS 4770, 134-142 (2007)] which was created in the MATHEMATICA system.

Нормальные формы уравнений Эйлера-Пуассона

А.Д. Брюно (ИПМ РАН, Москва), В.Ф. Еднерал (НИИЯФ МГУ, Москва)

E-mail address: edneral@theory.sinp.msu.ru

В статье [Брюно А.Д.: Теория нормальных форм уравнений Эйлера–Пуассона. Препринт № 100 ИПМ РАН, 27 стр. (2005) <http://dl.dropbox.com/u/59058738/Preprint100.pdf>] рассмотрен однопараметрический случай уравнений Эйлера–Пуассона, описывающих движение тяжелого твердого тела с закрепленной точкой. Для изучения были выбраны два семейства однопараметрических решений, лежащих вблизи неподвижных точек системы. Эти семейства соответствуют резонансу $(0, 0, \lambda, -\lambda, 2\lambda, -2\lambda)$ собственных значений матрицы линейной части. В процитированной выше статье была предложена гипотеза об отсутствии дополнительных первых интегралов вблизи этих семейств, за исключением классических случаев глобальной интегрируемости. В настоящем сообщении эта гипотеза проверяется путем вычисления и анализа коэффициентов нормальной формы. Все вычисления были произведены при помощи пакета [Edneral, V.F.: On Algorithm of the Normal Form Building. Proceedings of CASC 2007, ed. by Ganzha et al., LNCS 4770, 134-142 (2007)], который был разработан для системы MATHEMATICA.

6. Analogies between SAT problem and main problems of linear algebra

R.T. Faizullin (OmSTU, Omsk)

E-mail address: frt@omgtu.ru

The aim of this work is to establish the analogy between a SAT problem and the main problems of linear algebra. It is shown that the SAT can be reduced to system of the linear algebraic equations with the positive defined symmetrical matrix. The theorem of compliance of a minimum of a functional of an express look is proved, rather unknown decomposition values on basis of the characteristic vectors to the solution of a task 3-SAT. The heuristic test of the random is offered definitions of significant number of bits of the solution of a problem of a factorization.

Сведение задачи ВЫПОЛНИМОСТЬ к основным задачам линейной алгебры

Р.Т. Файзуллин (ОмГТУ, Омск)

E-mail address: frt@omgtu.ru

Цель работы заключается в установление аналогии между проблемой ВЫПОЛНИМОСТЬ и основными проблемами линейной алгебры. Показано, что задача ВЫПОЛНИМОСТЬ может быть сведена к системе линейных алгебраических уравнений с положительной определенной симметрической матрицей. Построена функция относительно коэффициентов разложения по

собственными векторами этой матрицы, глобальный минимум которой отвечает решению 3-ВЫПОЛНИМОСТЬ. Предложен эвристический тест определения значимого числа бит в решении проблемы факторизации.

7. ZDD diagrams with shared cache.

P.V. Fokin (SSU, Saratov)

Yu.A. Blinkov (SSU, Saratov)

E-mail address: fokinpv@gmail.com, blinkovua@info.sgu.ru

ZDD diagrams with shared cache can be used as internal data structure for computing involutive Gröbner basis.

For the representation of polynomials by lists of monomials, the worst-case estimation for memory size is given by

- $\Theta(n^{2d-1})$ for the representation of polynomials by lists of monomials with degree compatible and lexicographical monomial ordering;
- $\Theta(n^d)$ for the representation of polynomials by ZDDs with degree compatible monomial ordering;
- $\Theta(n^{d-1})$ for the representation of polynomials by ZDDs with lexicographical monomial ordering.

We suggest here a representation of a Boolean polynomial by the set of ZDD with the common cache. By using such representation one can substantially speed-up, the performance of basic operations over Boolean polynomials needed in the Gröbner bases construction.

Implementation of the ZDD diagrams as C++ package and Python modules.

ZDD диаграммы с общим кэшем

П.В. Фокин (СГУ, Саратов)

Ю.А. Блинков (СГУ, Саратов)

E-mail address: fokinpv@gmail.com, blinkovua@info.sgu.ru

Использование ZDD диаграмм с общим кэшем как представления булевых полиномов при построение инволютивных базисов Грёбнера.

Для представления авторедуцированного множества имеет место следующая оценка по памяти для самого худшего случая при представлении полиномов в виде списка мономов

- $\Theta(n^{2d-1})$ для представления полиномов в виде списка мономов с упорядочением совместимым со степенью и лексикографическим;
- $\Theta(n^d)$ для представления полиномов в виде ZDD диаграмм с упорядочением совместимым со степенью;
- $\Theta(n^{d-1})$ для представления полиномов в виде ZDD диаграмм с лексикографическим упорядочением.

Комбинированные ZDD диаграммы, как представление полинома в виде множества ZDD диаграмм с общим кэшем. При таком представлении можно ускорить основные арифметические операции с булевыми полиномами при построении базисов Грёбнера.

Представление программных реализация на Python и C++.

8. On Application of Buchberger's Criteria in G^2V Algorithm for Computing Gröbner Bases

V.P. Gerdt (LIT JINR, Dubna), A.Hashemi (Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran)

E-mail address: gerdt@jinr.ru, Amir.Hashemi@cc.iut.ac.ir

As it was demonstrated by Faugère, his F_5 algorithm is experimentally fastest among known Gröbner bases algorithms. Computational efficiency of F_5 comes not only from the use of linear algebra but also from the application of author's F_5 criterion for detection of useless zero reductions. At ISSAC

2010 Gao, Guan and Volny presented G^2V , a variant of the F_5 algorithm, which is simpler than the original version of F_5 . However, the incremental structure of G^2V , being appropriate for application of the F_5 criterion, is a serious obstacle to incorporate the second of Buchberger's criteria. In the given paper we present a modification of the G^2V algorithm which incorporates both Buchberger's criteria. To analyze the computational effect of the modification, we have implemented the modified algorithm in MAPLE. Some of our benchmarking results for G^2V and its modification are given.

Об использовании критериев Бухбергера в алгоритме G^2V вычисления базисов Гребнера

В.П. Гердт (ЛИТ ОИЯИ, Дубна), А. Хашеми (Технологический университет, Исфахан, Иран)
E-mail address: gerdt@jinr.ru, Amir.Hashemi@cc.iut.ac.ir

Как было экспериментально продемонстрировано Фожером, его алгоритм F_5 является самым быстрым среди алгоритмов вычисления базисов Гребнера. Вычислительная эффективность F_5 обусловлена не только использованием линейной алгебры но и применением авторского критерия F_5 для выявления бесполезных нулевых редукций. На конференции ISSAC 2010 Гао, Гуан и Вольны представили G^2V , вариант алгоритма F_5 , который является более простым по своей структуре, чем оригинальная версия F_5 . Однако инкрементальная структура G^2V , используемая в алгоритме для применения критерия F_5 , является серьезным препятствием для использования второго критерия Бухбергера. В настоящей работе представлена модификация алгоритма G^2V , позволяющая использовать не только первый, но и второй критерий Бухбергера. Для экспериментального анализа вычислительного эффекта от предложенной модификации мы реализовали модифицированный алгоритм на языке MAPLE. Приведено сравнение G^2V и его модификации на ряде тестовых примеров.

9. The key features of Sage — the computer algebra system

M.N. Gevorkyan (PFU, Moscow)
E-mail address: mngevorkyan@sci.pfu.edu.ru

Sage — free computer algebra system, developed in Python since 2005 (www.sagemath.org). Interaction with other computer algebra systems (GAP, Maxima, Singular) and the package for numerical computations (GSL, SciPy, NumPy, ATLAS). Sage Notebook gives the opportunity to work remotely. As a plotting Matplotlib is being used (makes it possible to use the \LaTeX code when creating graphics). It should be also noted the interaction of \LaTeX , and Sage (Sage commands used directly in the \LaTeX -documents)

Особенности системы компьютерной алгебры Sage

М.Н. Геворкян (РУДН, Москва)
E-mail address: mngevorkyan@sci.pfu.edu.ru

Обзор Sage — свободной системы компьютерной алгебры, разрабатываемая на языке Python с 2005 года (www.sagemath.org). Взаимодействие с другими системами компьютерной алгебры (GAP, Maxima, Singular) и пакетами для численных расчетов (GSL, SciPy, NumPy, ATLAS). Веб-интерфейс Sage Notebook дает возможность удаленной работы. В качестве системы визуализации используется библиотека Matplotlib (в том числе дает возможность использовать \LaTeX код при создании графических изображений). Отдельно стоит отметить взаимодействие \LaTeX 'а и Sage (использование команд Sage непосредственно в \LaTeX -документах).

10. Symbolic Numeric investigation dynamics of an axisymmetric satellite under influence of gravitational and gyrostatic torques

Gutnik Sergey (Moscow Institute of Physics and Technology)
E-mail address: s.gutnik@inno.mgimo.ru

Dynamics of attitude motion of an axisymmetric satellite moving along a circular orbit under influence of gravitational and gyrostatic torques is investigated. Using computer algebra systems Mathematica

and Maple stationary equation of motion are obtained, all equilibrium orientations of the satellite in the orbital coordinate system are determined numerically and sufficient conditions of stability of equilibria are investigated.

Символьно - численные методы исследования динамики осесимметричного спутника под действием гравитационного и гиостатического моментов

С.А. Гутник (Московский физико-технический институт)
E-mail address: s.gutnik@inno.mgimo.ru

Исследуется динамика вращательного движения осесимметричного спутника на круговой орбите под действием гравитационного и гиостатического моментов. С использованием систем компьютерной алгебры Mathematica и Maple получены уравнения стационарных движений спутника, численно определены все положения равновесия спутника в орбитальной системе координат, получены достаточные условия устойчивости положений равновесия. Проведено исследование устойчивости, полученных положений равновесия.

11. Symbolic-Numerical Algorithm for Calculations of Rydberg States and Decay Rates in Strong Magnetic Fields

L. Hai, A. Gusev, S. Vinitzky, O. Chuluunbaatar, V. Gerdt, V. Rostovtsev (JINR, Dubna)
E-mail address: luonglehai_tcl@yahoo.com.vn, gooseff@jinr.ru

Symbolic-numeric algorithm for solving of the boundary value problem for the Schrödinger equation in cylindrical coordinates is given. This problem describes the impurity states of a quantum wire or a hydrogen-like atom in a strong homogeneous magnetic field. It is solved by applying the Kantorovich method that reduces the problem to the boundary one for a set of ordinary differential equations with respect to the longitudinal variables. The effective potentials of these equations are given by integrals over the transverse variable. The integrands are products of the transverse basis functions depending on the longitudinal variable as a parameter and their first derivatives. To solve the problem at high magnetic quantum numbers $|m|$ and study its solutions we present an algorithm implemented in Maple that allows to obtain analytic expressions for the effective potentials, eigenenergies and eigenfunctions, and for the transverse dipole moment matrix elements. The efficiency and accuracy of the derived algorithm and that of Kantorovich numerical scheme are confirmed by calculating eigenenergies and eigenfunctions, dipole moments and decay rates of low-excited Rydberg states at high $|m| \sim 200$ of a hydrogen atom in the laboratory homogeneous magnetic field $\gamma \sim 2.3510^{-5}$ ($B \sim 6T$).

Символьно-численный алгоритм для расчёта ридберговских состояний и скоростей распада в сильных магнитных полях

Л. Хай, А. Гусев, С. Виноцкий, О. Чулуунбаатар, В. Гердт, В. Ростовцев (ОИЯИ, Дубна).
E-mail address: luonglehai_tcl@yahoo.com.vn, gooseff@jinr.ru

Представлен символьно-численный алгоритм решения краевой задачи для уравнения Шрёдингера в цилиндрических координатах. Эта задача описывает примесные состояния в квантовых проволоках или в водородоподобных атомах в сильном однородном магнитном поле. Исходная задача редуцируется с помощью метода Канторовича к граничной задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно продольных переменных. Эффективные потенциалы этих уравнений даются интегралами по поперечной переменной. Подынтегральные выражения – произведения поперечных базисных функций, зависящих от продольной переменной как от параметра, и их первых производных по параметру. Для решения задачи при больших магнитных квантовых числах $|m|$ и анализа её решений, представлен алгоритм, реализованный в системе Maple, который позволяет получать аналитические выражения для эффективных потенциалов, собственных функций и собственных значений, элементов матрицы дипольных моментов. Эффективность и точность алгоритма и схемы Канторовича подтверждены, расчётом собственных значений и собственных функций, дипольных моментов и скоростей распада низколежащих ридберговских состояний при $|m| \sim 200$ атома водорода в лабораторном однородном магнитном поле $\gamma \sim 2.3510^{-5}$ ($B \sim 6T$).

12. Quantum Mechanics and Bilinear Permutation Invariants of Finite Groups

V.V. Kornyak (LIT JINR, Dubna)

E-mail address: kornyak@jinr.ru

Any quantum-mechanical problem can be formulated in an invariant subspace of permutation representation of a group (without loss of physical content it is sufficient to consider finite groups). The scalar products in the invariant subspaces (required to state the Born rule — the main postulate of quantum mechanics relating mathematical description with observation) are linear combinations of a set of independent bilinear invariant forms of permutation representation. A complete set of such forms for any permutation group can be easily calculated using a simple algorithm.

Квантовая механика и билинейные перестановочные инварианты конечных групп

В.В. Корняк (ЛИТ ОИЯИ, Дубна)

E-mail address: kornyak@jinr.ru

Любая квантово-механическая задача может быть сформулирована в инвариантном подпространстве перестановочного представления некоторой группы (без потери физического содержания достаточно рассматривать конечные группы). Скалярные произведения в инвариантных подпространствах (необходимые для формулировки правила Борна — основного постулата квантовой механики, связывающего математическое описание с наблюдением) представляют собой линейные комбинации некоторого набора независимых билинейных инвариантных форм перестановочного представления. Полный набор таких форм для любой группы перестановок можно легко вычислить с помощью простого алгоритма.

13. CAS meets tensors

D.S. Kulyabov (PFU, Moscow)

A.V. Korolkova (PFU, Moscow)

E-mail address: yamadharm@gmail.com, avkorolkova@gmail.com

We observe the possibilities of tensor calculus in the free computer algebra systems. Several types of tensor calculus are provided. The specifics and scope of each the type are discussed.

As an example of tensor calculus are specialized system Cadabra and versatile system Maxima as typical representatives of their category are presented. Features of their application illustrated by the example of Maxwell's equations in curved coordinates.

Тензорные вычисления в системах компьютерной алгебры

Д.С. Кулябов (РУДН, Москва)

A.B. Королькова (РУДН, Москва)

E-mail address: yamadharm@gmail.com, avkorolkova@gmail.com

Рассматриваются возможности тензорных вычислений в свободных пакетах компьютерной алгебры. Выделяется несколько типов тензорных расчётов, обсуждается специфика и область применения каждого типа.

В качестве примера реализации тензорных вычислений приводятся специализированная система Cadabra и универсальная система Maxima как типичные представители своих категорий. Особенности их применения демонстрируются на примере уравнений Максвелла в криволинейных координатах.

14. Symbolic solving of systems of linear ordinary differential equations with assured accuracy

N.A. Malashonok (Derzhavin TSU, Tambov)

M.A. Rybakov (Derzhavin TSU, Tambov)

E-mail address: namalashonok@gmail.com, mixail08101987@mail.ru

There is produced an algorithm of symbolic solving of systems of linear ordinary differential equations with constant coefficients, based on an application of Laplace transform. A part of the algorithm is a calculating of a desired accuracy of the input system. The algorithm is included into the library of Mathpar. Examples of solving in Mathpar are demonstrated.

Символьное решение систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с требуемой точностью

Н.А. Малашенок (ТГУ им. Г.Р.Державина, Тамбов)

М.А. Рыбаков (ТГУ им. Г.Р.Державина, Тамбов)

E-mail address: namalashonok@gmail.com, mixail08101987@mail.ru

Приводится алгоритм символьного решения системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, основанный на применении преобразования Лапласа. Составной частью алгоритма является получение требуемой точности решения исходной системы. Алгоритм входит в состав библиотеки алгоритмов системы Mathpar. Приводятся примеры решения систем дифференциальных уравнений в системе Mathpar.

15. On the DoCon-Haskell — Axiom Interface Project

S.D. Mechveliani (PSI RAS, Pereslavl-Zalessky)

E-mail address: mechvel@botik.ru

This work is on the computer algebra (CA) software design. We briefly describe the project of the interface between the CA systems of DoCon and Axiom. The former is a library written in a purely functional and “lazy” language Haskell. Axiom has a larger library, and it is written in a non-functional and strict language Spad. The interface is based on a) the string exchange, b) Unix named pipes, c) special fast parsers at each end, programmed in a categorial style, d) a certain restricted Spad facility for run-time computation of a domain.

О проекте интерфейса DoCon-Haskell -- Axiom

С.Д. Мешвелиани (ИПС РАН, Переславль-Залесский)

E-mail address: mechvel@botik.ru

Описывается разработка программы — интерфейса двух систем вычислительной алгебры (CA): DoCon и Axiom. Первая есть библиотека CA, написанная на функциональном и “ленивом” языке Haskell. Вторая есть более обширная библиотека CA, написанная на нефункциональном и прямом языке Spad. Интерфейс основан на а) обмене строками, б) именованных трубках (Unix named pipes), в) особом парсере на обеих сторонах интерфейса, запрограммированном в категорном стиле, г) даваемой языком Spad некоторой возможности вычислять области (типы).

16. On rational function solutions of linear partial differential or difference equations

S.V. Paramonov (MSU, Moscow)

E-mail address: s.v.paramonov@yandex.ru

We prove that the problem whether a given homogeneous linear partial differential or difference equation with polynomial coefficients has a non-zero rational function solution is algorithmically undecidable.

О дробно-рациональных решениях линейных однородных уравнений с частными производными или разностями

С.В. Парамонов (МГУ, Москва)

E-mail address: s.v.paramonov@yandex.ru

Доказывается, что в общем случае задача распознавания существования ненулевых дробно-рациональных решений для имеющего полиномиальные коэффициенты линейного однородного уравнения с частными производными или разностями алгоритмически неразрешима.

17. Local version of the AXIOM system

A.M. Raportirenko (JINR, Dubna)

E-mail address: ram@sunct1.jinr.ru

Now there are three versions of the AXIOM system – fricas, axiom and open-axiom. Each of them evolves in its own direction, and all of them are oriented on using Common LISP in ANSI standard.

It wanted to author to have the version of the system most approached to original version, where there are its such components as ALDOR and NAG link. Now this system works under gcl version of the Common LISP.

The activities are provided to reanimate the grandfather of the cmucl – spice-lisp, which is planned to use in the final version of the system.

Локальная версия системы AXIOM

А.М. Рапортиренко (ОИЯИ, Дубна)

E-mail address: ram@sunct1.jinr.ru

В настоящее время существует три версии системы AXIOM – fricas, axiom и open-axiom. Каждая из них эволюционирует в своем направлении, и все они ориентированы на использование Common LISP в стандарте ANSI.

Автору захотелось иметь версию системы максимально приближенной к оригинальной, где присутствуют такие ее компоненты как ALDOR и NAG link. В настоящее время эта система работает с использованием gcl версии Common LISP.

Ведется работа по оживлению прародителя cmucl – spice-lisp, который и предполагается использовать в окончательной версии системы.

18. The Digital Universe: Loop Quantum Cosmology of Abhay Ashtekar, logic aspect

V.S. Rikhvitsky (JINR, LIT, Dubna)

E-mail address: rqvtsk@mail.ru

The considered Universe exists so far as there exist consistent logic-mathematical model.

The example of Loop Quantum Cosmology of Bianchi type II model has been presented in the form of the knowledge base in predicates language. The reality of substances in knowledge base implemented via handling of requests to the knowledge base. The answer supplies by the standard mechanism of a logic deduction.

Language of model presentation is the predicates with "intrinsic" ones, implementing analytical evaluations in Maple system.

It is also the known fact, that for each consistent theory in predicate logic there exists its enumerable (in cardinality sense) model.

Цифровая Вселенная: Петлевая Квантовая Космология Абэя Аштекара, логический аспект

В.С. Рихвицкий (ОИЯИ, ЛИТ, Дубна)

E-mail address: rqvtsk@mail.ru

Рассматривается тезис, что обсуждаемая Вселенная существует постольку, поскольку существует ее непротиворечивая логико-математическая модель.

Приведен пример петлевой квантовой космологической модели типа Бьянки II в виде базы знаний на языке предикатов. Реальность сущностей в рамках базы знаний заключается в том, что при обработке запросов к базе знаний ответ доставляет стандартный механизм логического вывода.

Языком описания представленной модели является язык предикатов, дополненный "встроенными" предикатами, реализующими аналитические вычисления в система Maple.

Следует также отметить известный факт, что для каждой непротиворечивой теории в логике предикатов существует ее счетная (в смысле мощности множества) модель.

19. **Proof that Darboux Wronskian Formulas describe all Darboux Transformations of order two** (Computing Center of the RAS, Moscow, Russia)
E-mail address: shemyakova.katya@gmail.com

Darboux Transformation (DT) have been used for exact solution of linear and non-linear PDEs. Darboux Wronskians formulas allow to construct a DT given some number of particular solutions of the initial PDE. It has been proved earlier that famous Laplace transformations are the only DTs of order one that cannot be represented as a Darboux Wronskian. Here we prove rather unexpected result: every DTs of order two can be represented as a Darboux Wronskian.

Доказательство того, что Вронскианы Дарбу описывают все возможные преобразования Дарбу порядка два (ВЦ РАН, Москва)
E-mail address: shemyakova.katya@gmail.com

Преобразования Дарбу (ПД) используются для точного решения линейных и нелинейных УрЧПов. Вронскианы Дарбу - это формулы, позволяющие строить ПД по некоторому числу частных решений исходного УрЧП. Ранее было доказано, что хорошо известные преобразования Лапласа являются единственными ПД порядка один, которые нельзя построить с помощью Вронскианов Дарбу. Здесь же мы докажем, довольно неожиданно, что любое ПД порядка два можно построить с помощью Вронскианов Дарбу.

20. **Determination of IVC Break Point for Josephson Junction Stack. Periodic and Quasi-Periodic Boundary Conditions**

S.I. Serdyukova (LIT, JINR, Dubna)
and Yu.M. Shukrinov (BLTP, JINR, Dubna)
E-mail address: sis@jinr.ru, shukrinov@theor.jinr.ru

In the case of periodic and quasi-periodic boundary conditions calculation of IVC for stack of n Josephson junctions is reduced to solving a unique equation $\ddot{\eta}(t) = -\beta\dot{\eta}(t) + I - \sin(\eta(t))$. Solving this equation on the interval $[0, T_{max}]$ for different I we get the current-voltage characteristic $V(I)$ as the Hysteresis loop. First the Cauchy problem with zero initial data $\eta(I_0, 0) = \dot{\eta}(I_0, 0) = 0$ is solved. For each next $I = I_{k+1}$ found $\eta(I_k, T_{max}) = \dot{\eta}(I_k, T_{max})$ are used as initial data. On the back branch of the Hysteresis loop $V(I)$ decreases to zero rapidly near the break point I_b . The effective numerical and analytical method of IVC calculation was developed. We succeeded to derive an equation determining the approximate break point location \tilde{I}_b . This solves the problem of choosing a point of jump from analytical calculations to numerical: $I = 2\tilde{I}_b$. This mixed method showed perfect result in IVC calculation for the stack of 9 Josephson junctions. The calculations were performed by using the REDUCE 3.8 system.

Определение критической точки ВАХ системы джозефсоновских переходов. Периодические и квазипериодические граничные условия.

С.И. Сердюкова (ЛИТ, ОИЯИ, Дубна)
Ю.М. Шукринов (БЛТФ, ОИЯИ, Дубна)
E-mail address: sis@jinr.ru, shukrinov@theor.jinr.ru

В рассматриваемом случае вычисление ВАХ для системы n джозефсоновских переходов сводится к решению единственного уравнения $\ddot{\eta}(t) = -\beta\dot{\eta}(t) + I - \sin(\eta(t))$. Решая это уравнение на интервале $[0, T_{max}]$ при различных I , получаем вольтамперную характеристику $V(I)$ в виде петли Гистерезиса. Сначала решается задача Коши с нулевыми начальными данными $\eta(I_0, 0) = \dot{\eta}(I_0, 0) = 0$. Для каждого следующего $I = I_{k+1}$ найденные $\eta(I_k, T_{max}) = \dot{\eta}(I_k, T_{max})$ используются как начальные данные. На обратной ветви петли Гистерезиса значение $V(I)$ быстро падает к нулю в окрестности критической точки I_b . Был разработан эффективный численно-аналитический метод вычисления ВАХ. Нам удалось вывести уравнение, определяющее приближенное значение I_b, \tilde{I}_b . Это решает проблему выбора точки перехода от аналитического расчета к численному: $I = 2\tilde{I}_b$. Предлагаемый численно-аналитический метод показал хороший результат при вычислении ВАХ системы 9 джозефсоновских переходов. Вычисления были выполнены с использованием системы REDUCE 3.8.

21. Optimization of bounds for polynomial roots

Doru Ștefănescu (University of Bucharest, Romania)

E-mail address: stef@rms.unibuc.ro

We consider the bound $R + \rho$ of Lagrange, which proved to be one of the best for estimating positive roots of univariate polynomials. We refine to a bound $S(R, \rho) < R + \rho$ and deduce efficient bounds for the absolute values of polynomials with complex coefficients. We also discuss the absolute positiveness of some bounds for roots of polynomials with real coefficients.

22. Universal Involutive Basis and Robbiano Border Bases

N.N. Vasilyev (PDMI RAS, St.Petersburg)

E-mail address: vasiliev@pdmi.ras.ru

We describe by natural geometric way some class of involutive divisions admitting a construction of universal involutive basis. We describe also a connection between these universal involutive bases and the construction of border bases by Robbiano.

Универсальный инволютивный базис и бордер базисы Роббиано

Н.Н.Васильев (Санкт Петербургское отделение математического института им. В.А.Стеклова РАН, Санкт Петербург)

E-mail address: vasiliev@pdmi.ras.ru

Мы описываем в естественной геометрических терминах класс инволютивных делений, допускающий конструкцию универсального инволютивного базиса. В докладе будет рассказано также о связи этой конструкции универсальных инволютивных базисов с бордер базисами Роббиано.

23. About modeling of Markov processes with asymptotically central measure on three dimensional Young diagrams

N.N. Vasilyev (PDMI RAS, St.Petersburg)

A.B. Terentiev (Spb.STU, St. Petersburg)

E-mail address: vasiliev@pdmi.ras.ru, alterterrific@gmail.com

The talk is devoted to computer modeling of Markov random walks on the three dimensional Young graph. The vertices of this graph are corresponded to the three dimensional Young diagrams and paths from the root vertex corresponds to the three dimensional Young tableaux. In three dimensional case there are a lot of open questions about such kind of processes with central measure which give us the same probability for all paths to the same diagram. For example it is not known any natural generalization of Plancherel measure, which plays a great role in the representation theory of infinite symmetric group. We use an interpretation of Young tableaux as finite monomial orderings and transition probabilities of the process as discrete probability distributions on the generators of all zero dimensional monomial ideals of three variables. It allows us to use the Robbiano parametrization of admissible monomial orderings to study deviation of transition probabilities along different paths connected the same pair of diagrams.

Моделирование марковских процессов с асимптотически центральной мерой на трехмерных диаграммах Юнга

Н.Н.Васильев (Санкт Петербургское отделение математического института им. В.А.Стеклова РАН, Санкт Петербург)

А.Б.Терентьев (Санкт Петербургский государственный политехнический институт)

E-mail address: vasiliev@pdmi.ras.ru, alterterrific@gmail.com

Доклад посвящен компьютерному моделированию марковских случайных блужданий на трехмерном графе Юнга. Вершины этого графа соответствуют трехмерным диаграммам Юнга, а пути из корневой вершины трехмерным таблицам Юнга. В случае двумерного графа Юнга

процессы с центральной мерой соответствуют характеристам бесконечной симметрической группы и особую роль среди таких мер играет мера Планшереля. В трехмерном случае имеется множество открытых вопросов касающихся процессов, порождающих центральные меры и, в частности, практически ничего не известно о трехмерных аналогах меры Планшереля. Мы используем интерпретацию таблиц Юнга как мономиальных упорядочений, а переходных вероятностей соответствующего марковского процесса, как вероятностных распределений на образующих трехмерных мономиальных идеалов. Это позволяет использовать параметризацию Роббиано допустимых упорядочений для исследования отклонений переходных вероятностей вдоль разных путей, соединяющих две фиксированные диаграммы Юнга.

24. Counting k -gons in finite projective planes by explicit formulae for the numbers of cycles in graphs

A.N. Voropaev (Petrozavodsk State University, Petrozavodsk)
E-mail address: voropaev@psu.karelia.ru

Via the graphs of finite projective planes, we demonstrate a technique for symbolic evaluation of explicit expressions for counting fixed length cycles in undirected graphs. Cycles of length $2k$ in plane's graph correspond to k -gons in the plane. The numbers of k -gons, $k = 3, 4, 5, 6$, were previously expressed as the values of polynomials in plane's order. It was expected that perhaps the numbers of 10-gons in non-isomorphic planes of the same order would differ.

Due to particular qualities of finite projective planes' graphs — they are bipartite and have no 4-cycles — we could derive specific formulae for counting up to 20-cycles in graphs with such properties. Symbolic evaluation of derived formulae resulted in polynomials corresponding to the numbers of k -gons, $k = 3, 4, \dots, 10$.

Подсчёт k -угольников в конечных проективных плоскостях по явным формулам для определения количества циклов в графах

А.Н. Воропаев (Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск)
E-mail address: voropaev@psu.karelia.ru

На примере графов конечных проективных плоскостей демонстрируется техника символьных преобразований явных выражений для подсчёта циклов фиксированной длины. Циклы длины $2k$ в графе плоскости соответствуют k -угольникам в плоскости. Ранее были известны многочлены, представляющие зависимость чисел k -угольников в плоскости от её порядка, при $k = 3, 4, 5, 6$. Ожидалось, что неизоморфные плоскости одного и того же порядка могут отличаться в количестве десятиугольников.

Благодаря учёту того, что графы конечных проективных плоскостей двудольны и не содержат циклов длины 4, при выводе явных формул для подсчёта циклов удалось продвинуться до значения длины цикла 20. Путём аналитических преобразований из выведенных явных формул были получены многочлены, выражающие зависимость количества k -угольников в плоскости от её порядка при $k = 3, 4, \dots, 10$.

25. Analytic Algorithm for Solving Problems of Nonlinear Dynamics of Charge Particles in a Toroidal Magnetic Field by the Influence Functions Method

I.P. Yudin (Laboratory of High Energies Physics, JINR, Dubna)
E-mail address: yudin@jinr.ru

The symbolic algorithms for solving the nonlinear equations that describe the charged particle dynamical motion in a toroidal magnetic field are suggested. The algorithms are based on the method of influence functions and on the matrix formalism. The formulae for the aberration coefficients of nonlinear optics up to the third order are obtained. The algorithm has been implemented in Fortran. As an application the toroidal spectrometer for high energy physics is considered.

Аналитический алгоритм решения задач нелинейной динамики заряженных частиц в тороидальном магнитном поле с использованием метода функций влияния

И.П. Юдин (Лаборатория физики высоких энергий, ОИЯИ, Дубна)
E-mail address: yudin@jinr.ru

Методом функций влияния с использованием матричного формализма получены аналитические алгоритмы решения уравнения нелинейной динамики заряженных частиц в тороидадном магнитном поле. Впервые получены формулы для абберационных коэффициентов нелинейной оптики до третьего порядка включительно. Предлагаемый алгоритм реализован в виде программы на языке Фортран. В качестве приложения рассмотрен тороидальный спектрометр для физики высоких энергий.

26. Parallel Modular Computation of Involutive and Groebner Bases

D.A. Yanovich (LIT JINR, Dubna)

E-mail address: yan@jinr.ru

Author presents the algorithm and implementation for parallel computing of involutive basis using modular approach. One approach for correct restoration of integer basis from modular images is given.

Параллельное модулярное вычисление базисов Грёбнера и инволютивных базисов

Д.А. Янович (ЛИТ ОИЯИ, Дубна)

E-mail address: yan@jinr.ru

В данной работе представлен алгоритм и реализация параллельного вычисления инволютивного базиса при помощи модулярных вычислений. Рассмотрены проблемы и способы корректного восстановления целочисленного базиса по модулярным образам.